

INSTITUTO SUPERIOR DE FORMACIÓN DOCENTE
N°21

"DR. RICARDO ROJAS"



Carrera: Profesorado en Matemática.

Cuadernillo de actividades para ingresantes.

Conjuntos numéricos.

1. Indiquen si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos. Justifiquen sus respuestas.

- a) La suma de dos números enteros cualesquiera es un número entero.
- b) El opuesto de cualquier número entero es menor que el número.
- c) El opuesto del cuadrado de cualquier número entero es positivo.

2. Analicen el valor de verdad de las siguientes afirmaciones. Investiguen con ejemplos

Para todo par de números enteros x e $y \dots$

- a) Si x e y son números pares, entonces su suma es un número par.
- b) Si x e y son números impares, entonces su suma es un número par.
- c) Si x es múltiplo de 3 e y es múltiplo de 2 entonces $x + y$ es múltiplo de 5.
- d) Si x es múltiplo de 3 e y es múltiplo de 2 entonces $x \cdot y$ es múltiplo de 6.
- e) Si x es un múltiplo de 5 entonces su anterior es múltiplo de 4.

Justifiquen las afirmaciones verdaderas.

3. Coloca V o F y explica las afirmaciones falsas:

- a) La expresión decimal de $\frac{2}{5}$ es 2,5.
- b) La expresión 2,3 corresponde a $\frac{7}{3}$.
- c) El número 3 pertenece al intervalo $(3, 5]$.
- d) Las fracciones $\frac{2}{5}$ y $\frac{4}{10}$ son equivalentes.
- e) El opuesto de 9 es -9 .
- f) El inverso multiplicativo de $\frac{1}{4}$ es -4 .
- g) El único número mayor que 2,1 y menor que 2,3 es 2,2.
- h) El cuadrado de 0,1 es mayor que 0,1.
- i) $\frac{1}{3}$ es un elemento de \mathbb{Z} .
- j) $-\frac{1}{2}$ es un elemento de \mathbb{Q} .
- k) $0, \hat{7}$ es número irracional.
- l) $\sqrt{2}$ es un número racional.
- m) $2,1\hat{3}$ es un número irracional.
- n) π es un elemento de \mathbb{R} pero no de \mathbb{Q} .
- ñ) $\frac{10}{0} = 10$.
- o) $\frac{0}{10} = 0$.
- p) Todo número entero es racional.
- q) El cero es un número irracional.
- r) Todos los números reales son irracionales.

4. Indicar V ó F. Justificar las respuestas corrigiendo los errores que se han cometido.

- a) $a \cdot a \cdot a \cdot a = 4 \cdot a$
 b) $a + a + a + b + b + b = a^3 + b^3$.
 c) $p + p + p + p + p = 5p$.
 d) $5 \cdot (3x) = 15 \cdot 5x$.
 e) $(\frac{a}{b})^{-1} = -\frac{b}{a}$.
 f) $x^n : x^n = x$.
 g) $4 \cdot (x + 1) = 4x + 1$.
 h) $\frac{a+b}{b} = \frac{a}{b} + 1$.
 i) $64^{\frac{2}{3}} = 16$.
 j) $(3m^2)^3 = 3m^6$.
- k) $(\sqrt{12} + \sqrt{17})^2 = 29$.
 l) $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b}$.
 m) $\sqrt{x} : \sqrt{y} = \sqrt{\frac{x}{y}}$.
 n) $\frac{2\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$.
 ñ) $(a + b)^2 = a^2 + b^2$.
 o) $a^m : a = a^m$.
 p) $\frac{x}{5} = \frac{1}{5}x$.
 q) $\sqrt{a \cdot b \cdot c} = \sqrt{a}\sqrt{b}\sqrt{c}$.

5. Racionalizar

- a) $\frac{4}{\sqrt{3}}$
 b) $\frac{ax}{\sqrt[3]{x^2}}$
 c) $\frac{6}{\sqrt[3]{4}}$
- d) $\frac{5}{\sqrt[4]{5}}$
 e) $\frac{3}{\sqrt{7-5}}$
 f) $\frac{4}{\sqrt{11+3}}$
- g) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2+\sqrt{5}}}$

6. Resolvé los siguientes cálculos sin usar la calculadora, intenten explicar que hicieron en cada paso y luego verifiquen los resultados obtenidos con la calculadora.

- a) $(-1) \cdot (-1 + 4) + 5 - (-3 - 11) + 45 =$
 b) $(-3) \cdot (2 - 5) \cdot (10 - 13) + (-4 - 5) \cdot (-3) =$
 c) $-(4 + (5 - 7)) + (9 - 2) \cdot (-1) \cdot (-4) =$
 d) $(25 - 4 \cdot 3)^2 - 8^2 + \sqrt[3]{10^2 + 5^2} + 12 : 3 =$
 e) $(3^2 \cdot 2^3 - 7) : 13 + \sqrt{501 : 3 + 2} - 14 =$
 f) $\sqrt[3]{2 \cdot 5^3 - 17 \cdot 2} + (8^2 - 4) : \sqrt{225 - 10^3} : 5^3 =$
 g) $\sqrt[3]{17^2 + 5^3 \cdot 2 - 3^3} - (17 - 2^2 + 2)^2 : 9 : 5 =$

7. Resolver, sin calculadora.

- a) $\frac{3}{4} - \left(\frac{5}{3} + \frac{4}{5}\right)$
 b) $4 - \left(\left(\frac{4}{3} - \frac{5}{4}\right) + \left(-\frac{3}{6}\right)\right)$
 c) $\left(\left(\frac{2}{3} - \left(\frac{1}{2} + 2\right)\right) - \frac{2}{5}\right)$

8. Calculen las siguientes potencias:

- a) $a^3 \cdot a^5 \cdot a \cdot a^6$
 b) $(a^{15}/a^6)/a^4$
 c) $a^{15}/(a^6)/(a^4)$
- d) $a^{10}/(a^2 \cdot a^4)$
 e) $(a^5/a) \cdot (a^3/a^2) \cdot (a^9/a^7)$
 f) $a^{x+y} \cdot a^{y-z} \cdot a^2$

9. Desarrollen:

-
- a) $(a + b)^2$
 - b) $(a - b)^2$
 - c) $(a + 3b)^2$

- d) $(2ab + 7ac)^2$
- e) $(2m - 3n^2)^2$
- f) $(5a - b^2)(b^2 + 5a)$

Ecuaciones.

1. Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $2x - 5 = 4x - 2$

b) $-4x - 5 = -3x + 3$

c) $(2x + 5)^2 = (2x - 3)^2$

d) $2(x + 1) - 3(x + 2) = 0$

e) $\frac{8x+1}{5} = \frac{2x+3}{3}$

f) $\frac{x+1}{5} - \frac{4x+2}{3} = \frac{x-1}{6}$

g) $\frac{3x-1}{x+2} = \frac{3x+2}{x-1}$

h) $\frac{x+3}{6} = \frac{2x+1}{3}$

i) $\frac{1}{x} + \frac{2}{3x} - \frac{1}{2x} = \frac{7}{30}$

j) $\frac{2x}{x-1} = 2 + \frac{1}{x+1}$

k) $\frac{1}{x+1} - \frac{3x}{x^2-1} = \frac{2}{x-1}$

l) $\frac{7}{x+4} - \frac{3}{x-5} = \frac{4x-20}{x^2+8x+16}$

m) $3 \cdot (x + 2) + 5(x - 1) = 3 \cdot (3x - 1)$

n) $2 \cdot (x - 6) - 5 \cdot (2x - 4) = -7$

2. Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $x^2 - 9x + 18 = 0$

b) $x^2 + x - 12 = 0$

c) $x^2 - x = 2$

d) $x \cdot (x + 1) = 2$

e) $(x - 3) \cdot (x + 7) = 0$

f) $(2x + 3) \cdot (x - 4) = 0$

g) $9x^2 = -15x$

3. Resuelvan las siguientes ecuaciones aplicando las propiedades de potenciación:

a) $x^2 \cdot x^3 \cdot x^4 = (3^3)^3$

b) $x^{11}/x^4 = 5^2 \cdot 5^5$

c) $3 \cdot x^7/x^3 = 3 \cdot 2 \cdot 2^3$

4. Resolver los siguientes problemas:

a) Si a un número se le restan 30 unidades y a esta diferencia se la multiplica por 13, se obtiene 195. ¿Cuál es dicho número?

b) De una avenida se ha inaugurado $\frac{1}{3}$ de su longitud, $\frac{1}{4}$ de la misma está en construcción, y quedan aún 1200 metros por comenzar a construir. ¿Cuál será la longitud total de la avenida?

c) La mitad de un número, más la tercera parte de su consecutivo, más la cuarta parte del siguiente del consecutivo, es igual a este último. ¿Cuál es el número?

d) La diferencia entre los cuadrados de dos números consecutivos es 103. ¿Cuáles son los números?

- e) La suma de dos números naturales consecutivos pares es 74. ¿Cuáles son los números?
- f) Una persona gasta $\frac{1}{3}$ de su dinero y luego $\frac{2}{5}$ de lo que le queda, si tiene aún \$ 60. ¿Cuánto dinero tenía al principio?

5. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\begin{array}{lll}
 a) \begin{cases} x - \frac{1}{3}y = -\frac{2}{9} \\ y - 2 = 3x \end{cases} & c) \begin{cases} \frac{1}{4}x - \frac{4x-3}{2} = y \\ \frac{5-3x}{2} - y = -2 \end{cases} & e) \begin{cases} 3(3x-1) = -2y \\ 3x+y = 2 \end{cases} \\
 b) \begin{cases} -x + 5y = -6 \\ 2x + 10 + y = 0 \end{cases} & d) \begin{cases} 2(y-3) + 5x = y + 1 \\ 4(y-1) - 1 = 3y - 2x \end{cases} & f) \begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x + 2y = 7 \end{cases}
 \end{array}$$

6. Resolver los siguientes problemas:

- a) Hallar dos números naturales tales que su suma es 8 y su diferencia es 4.
- b) Hallar dos números tales que la suma de ambos es 15 y que uno de ellos más el doble del consecutivo del otro es 25.
- c) En la alcancía de Andre hay \$ 160, todo en billetes de 5 y 2. Si en total tiene 53 billetes, ¿cuántos billetes de cada clase hay?
- d) En una bicicletería hau entre bicicletas y triciclos , 23 vehiculos. La cantidad total de ruedas es de 49.¿Cuántas bicicletas y cuántos triciclos hay?

Funciones.

1. a) Marcar los siguientes puntos en el plano cartesiano y calcular el área de la figura formada si unimos todos los puntos.
- | | |
|-----------|-----------|
| 1) (1, 4) | 3) (5, 7) |
| 2) (1, 7) | 4) (5, 4) |
- b) ¿Qué pasaría si en lugar de marcar el punto (5, 4) marcamos el punto (5, 1)? ¿Qué figura queda formada? ¿Podemos calcular el área de la nueva figura? Si lo considera posible, calcular el área de la nueva figura.
2. A continuación se da un plano cartesiano y en él están marcados algunos puntos. ¿Cuáles son las coordenadas x e y de cada uno de los puntos?

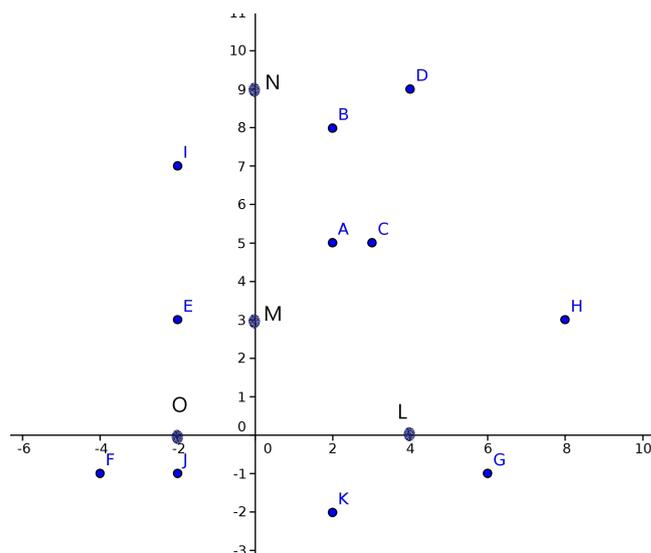
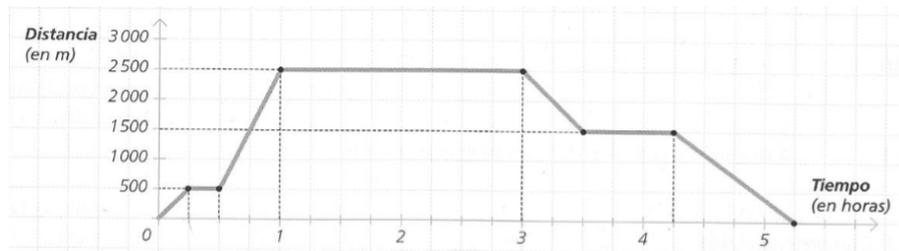


Figura 1:

3. Se tiene un barril de madera que tiene capacidad para 100 litros y sabemos que vacío pesa 25 kg. Si un litro de aceite pesa 0,74 kg responder:
 - a) ¿Puede ser que el barril pese 39,8 kg y contenga 20 litros de aceite? ¿Puede ser que contenga 43 litros de aceite y pese 55,8 kg?
 - b) ¿Cuál es el peso máximo que puede tener el barril? ¿Qué cantidad de aceite hay en ese caso?
 - c) ¿Cuántos litros habría que poner en el barril para que éste pese 106,4 kg?
 - d) Realizar un gráfico que represente los litros que contiene el barril de acuerdo a los kilos que pese.
 - e) Si el barril está apoyado sobre un cajón que no resiste más de 70 kg sin romperse, ¿cuántos litros de aceite se podrán poner en él como máximo?

4. Teniendo en cuenta el ejercicio anterior, decidir si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones y justificar:
 - a) Si aumenta la cantidad de aceite aumenta la cantidad de kilos del barril.
 - b) Si la cantidad de aceite aumenta el doble, el peso del barril aumenta al doble.
 - c) Si la cantidad de aceite disminuye a la cuarta parte, el peso del barril disminuye en la misma proporción.
 - d) Si la cantidad de aceite disminuye a la cuarta parte, el peso del líquido vertido disminuye en la misma proporción.
 - e) El volumen de aceite vertido y el peso del barril son magnitudes directamente proporcionales.

5. Florencia salió de su casa para ir al instituto de inglés. Durante el camino de ida se encontró con una amiga y se detuvo a charlar con ella. De regreso del instituto pasó por un ciber a revisar su correo electrónico. El gráfico muestra a qué distancia de su casa se encontraba Florencia durante la salida que realizó.



Observa el gráfico y responde:

- ¿Cuánto tiempo tardó en volver a su casa?
 - ¿A qué distancia se encuentra el ciber de la casa de Florencia?
 - ¿Cuánto tiempo estuvo en el instituto de inglés?
 - ¿Cuánto tiempo charló con su amiga?
 - ¿Cuál es la variable independiente y cuál la variable dependiente?
6. A un paciente internado en un hospital le controlan la presión arterial de manera continua, cada 8 horas durante el tiempo que estuvo internado (se considera 0 hs. al momento de internación). La siguiente tabla refleja todos los valores registrados.

Hora	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
Presión	18	8	6	8	12	12	16	20	18	12	12	12	12

- Represente gráficamente los datos en un par de ejes cartesianos.
- ¿Durante cuánto tiempo se tomaron los datos de la evolución de la presión arterial del paciente?
- ¿Entre qué valores osciló su presión?
- ¿En qué períodos de tiempo el valor de la presión estuvo subiendo? ¿Cuándo fue bajando? ¿En algún momento se mantiene constante?
- ¿Cuándo la presión llegó a 8?
- ¿Cuál fue la máxima presión y cuándo se alcanzó? ¿Cuál fue la mínima y a que hora?
- ¿Cuánto valía la presión a las 33 horas y a las 62 horas de internación?

Polinomios.

- Determinar si las siguientes expresiones algebraicas son polinomios o no. En caso afirmativo, señala su grado, su coeficiente principal y su término independiente.
 - $P(x) = x^4 - 5x^5 + 7x^2 + 2.$
 - $Q(x) = \sqrt{x} + 9x^2 + 1.$
 - $R(x) = 2 - x^4.$
 - $S(x) = \frac{8}{x^2} - \frac{1}{x} - 3.$
 - $T(x) = x^4 + \sqrt{2}x^5 + 3x.$

f) $U(x) = x - 5x^{-3} + 1$.

2. Calcular el grado y el coeficiente principal de $f \in \mathbb{Q}[X]$ en los casos:

a) $f = (4x^6 - 2x^5 + 3x^2 - 2x + 7)^2$.

b) $f = (-3x^7 + 5x^3 + x^2 - x + 5)^2 - (6x^4 + 2x^3 + x - 2)^2$.

c) $f = (-3x^5 + x^4 - x + 5)^2 - 81x^{20} + 19x^{19}$.

3. Calcula las siguientes sumas para los siguientes polinomios:

■ $P(x) = 5x^2 - 7x + 3$

■ $Q(x) = -5x^2 + 2x$

■ $R(x) = x^3 + x^2 + 2$

a) $P(x) + Q(x)$

b) $Q(x) + 2R(x)$

c) $R(x) + P(x) + 3Q(x)$

4. Hallar el polinomio diferencia entre:

a) $P(x) = x^4 + x^2 + 2$ y $Q(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

b) $P(x) = x^3 + x^2 - x + 1$ y $Q(x) = 2x^2 + 3x + 4$

c) $P(x) = x^5 - 2x^3 + 4x^2 - 6$ y $Q(X) = x^5 + x^4 + 3x^2 + 4x + 5$

5. Calcula y simplifica:

$$(x^2 - 5x + 1) - (3x - 1) + (2x^2 + 3x - 1) - (x^3 + 2x - 5)$$

6. Hallar los siguientes productos:

a) $(-2x^2)(x^5 - 4x^2 + 3x + 1)$

b) $(x^2 - 1)(5x^5)$

c) $(-3x^3)(2x^4 - 3x^3 + 2x - x + 3)$

d) $(5x^2 + 3x - 1)(x + 2)$

e) $(x^3 + 1)(x^2 + x + 1)$

f) $(x^3 + 2x^2 + x + 1)(x^2 - 1)$

g) $(-x^3 + 4x - 3)(x^2 + 3x + 4)$

7. Efectua las siguientes divisiones indicando cual es el polinomio cociente y el polinomio resto. Indicá cuáles son divisibles:

a) $(x^3 + 4x^2 + 6)/(x - 4)$

b) $(x^3 - 1)/(x - 1)$

c) $(4x^3 - 8x^2 - 9x + 10)/(2x - 3)$

d) $(6x^4 + 4x^3 + 2x^2 + x - 2)/(3x^2 + x - 1)$

e) $(x^6 - 3x^2 + 5x - 8)/(x^2 - 3x + 1)$

f) $(x^5 - x^3 + x)/(x^2 + 1)$

8. Aplicar la regla de Ruffini para resolver las siguientes divisiones:

a) $(6x^3 - 2x^2 + 4x - 1) : (x + 2)$

b) $(3x^3 - 12x^2 + 8x - 2) : (x - 4)$

c) $(-2x^4 + x^2 + 4) : (x + 3)$

d) $(2x^3 + 4x^2 - 2x - 3) : (x - 1)$

e) $(5x^3 - 11x^2 + 6x - 1) : (x - 2)$

f) $(-3x^4 + 2x^2 + x - 4) : (x - 3)$

9. Calcular m para que el polinomio $P(x) = x^3 + mx^2 - 11x - 12$, sea divisible por $x - 3$.

10. Sin hacer la división, decide si el polinomio $4x^5 + 12x^4 - 2x^3 - 6x^2 + 3x + 9$ es divisible o no por el binomio $x + 3$. ¿Por qué?

11. Factorizar los siguientes polinomios:

a) $2x^2 - 18$

b) $3x^2 + 30x + 75$

c) $5x^3 + 40$

d) $x^3 + x^2 + 4x + 4$

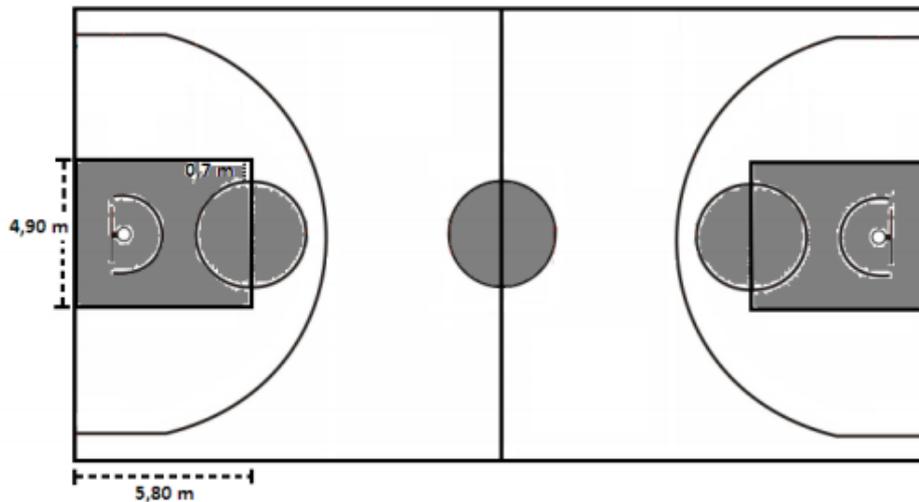
e) $x^4 - 81$

f) $x^3 + x^2 - 9x - 9$

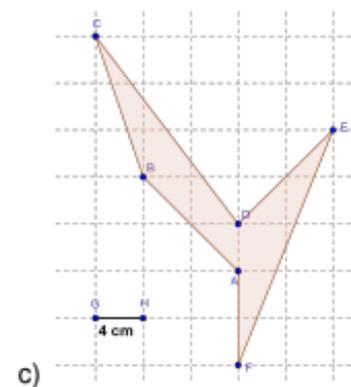
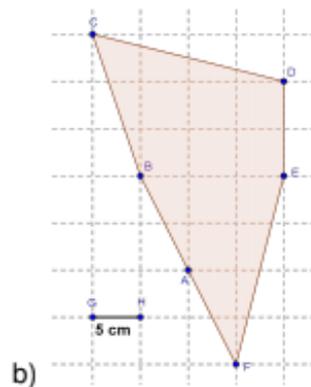
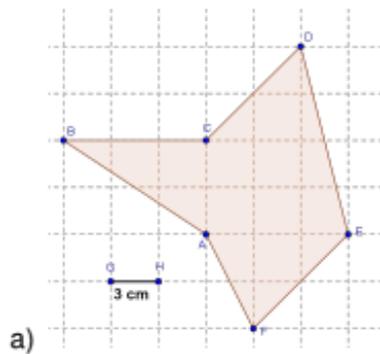
g) $x^5 - 16x$

Geometría.

- Las medidas reglamentarias de una cancha de básquetbol son 28 m de largo y 15 m de ancho. El círculo central tiene un diámetro de 3,5 m. Estimen la cantidad de pintura que fue necesaria para pintar las regiones sombreadas, si se han dado dos manos de pintura al latex que cubre 10 m^2 por litro.



- En cada figura la cuadrícula tiene la medida indicada en el segmento GH . Calculen el área y el perímetro de cada polígono.



- Resolvé los siguientes problemas:

- En un triángulo ABC de 52 cm de perímetro, el lado b es $\frac{2}{3}$ del lado a y el lado c es 3 cm más largo que b . Calculá la medida de cada lado.
- El perímetro de un jardín rectangular es de 58 m. Si el lado mayor mide 11 metros más que el doble del lado menor, ¿cuánto miden los lados del jardín?
- Sea ABC un triángulo rectángulo tal que su hipotenusa mide $\frac{7}{2}\sqrt{5}$ y que uno de sus catetos mide el doble que el otro. ¿Cuánto miden su perímetro y su área?

-
- d)* Una escalera de 10 m de longitud está apoyada sobre la pared. El pie de la escalera dista 6 m de la pared. ¿Qué altura alcanza la escalera sobre la pared?
- e)* Determinar el lado de un triángulo equilátero cuyo perímetro es igual al de un cuadrado de 12 cm de lado. ¿Serán iguales sus áreas?
- f)* Una cancha de fútbol rectangular mide 125 metros de largo. Si la longitud de sus diagonales es de 150 metros. ¿cuál es el ancho del campo de juego?